

# Übung zum VM Finanzwissenschaft (Soziale Sicherheit)

## Aufgaben zu Kapitel 3

Severin Weingarten\*

May 12, 2014

### 1 Rein private Ersparnis

Gegeben sei die Nutzenfunktion  $U(c_t^Y, c_{t+1}^O) = \sqrt{c_t^Y} + \sqrt{c_{t+1}^O}$ . Wir betrachten eine offene kleine Volkswirtschaft, in der der (exogene) Zinssatz 50% und das Lohneinkommen in der ersten Periode 4 Konsumeinheiten beträgt.

- Wie hoch wäre, bei Abwesenheit eines staatlichen Rentensystems, die optimale Ersparnis  $s_t^*$ ? Wie hoch wären folglich  $c_t^{Y*}$ ,  $c_{t+1}^{O*}$  und  $U^*$ ?
- Warum gilt  $c_t^{Y*} < c_{t+1}^{O*}$ ?

### 2 Rentenversicherung nach dem Umlageverfahren

Die Rentenversicherung ist nach dem Umlageverfahren organisiert. Gehen Sie von einem einfachen Modell überlappender Generationen mit folgender Notation aus:

$N_t^y$	Anzahl junger Individuen in Periode $t$
$N_t^o$	Anzahl alter Individuen in Periode $t$
$B_t$	Beiträge eines Versicherten in Periode $t$ ( $= b_t w_t$ )
$p_t$	Rente eines Versicherten in Periode $t$

- Ermitteln Sie die interne Rendite, die sich aus diesem Rentensystem ergibt. Gehen Sie von einem konstanten Beitragssatz  $b$  aus, der auf den Lohn  $w_t$  erhoben wird.
- Anstelle des konstanten Beitragssatzes ließe sich das Rentenniveau auch relativ zu den Bruttolöhnen festschreiben. Überlegen Sie, welche Konsequenzen die beiden alternativen Rentensysteme (also fester Beitragssatz oder festes Rentenniveau) haben, wenn der demographische Wandel den Altersquotienten ( $N_t^o/N_t^y$ ) verdoppelt.
- Wie muss sich der Beitragssatz im Umlageverfahren entwickeln, damit ein konstantes Rentenniveau aufrechterhalten werden kann? Leiten Sie die entsprechende Beziehung  $b_t$  und  $b_{t+1}$  ab und interpretieren Sie sie ökonomisch.

---

\*FSU Jena, Lehrstuhl für Finanzwissenschaft, [severin.weingarten@uni-jena.de](mailto:severin.weingarten@uni-jena.de), <http://sweingarten.de/>

### 3 Bismarcksches und Beveridges System

Gehen Sie von einem überlappenden Generationen-Modell aus mit einer arbeitenden Generation und einer Generation im Ruhestand. Die arbeitende Generation besteht (in Periode  $t$ ) aus drei Individuen mit Arbeitseinkommen  $w_1 = 2, w_2 = 6, w_3 = 12$ . Die Bevölkerung sei konstant ( $n = 0$ ); die Lohnwachstumsrate  $g$  sei 0,5. Der Beitragssatz zum UV-Rentensystem beträgt 20% und die Kapitalmarktrendite 100%. Berechnen Sie für die drei Individuen die interne Rendite des Rentensystems für

- a) ein Bismarcksches System und
- b) ein Beveridges System.

Vergleichen Sie die interne Rendite jeweils mit der Rendite eines KDV-Systems.

### 4 Implizite Steuern im $c^y, c^o$ -Diagramm

Gehen Sie von einem  $c^y, c^o$ -Diagramm aus.

- a) Zeichnen Sie die optimale Ersparnis in Abwesenheit eines Rentensystems ein.
- b) Zeichnen Sie die optimale Ersparnis ein, wenn ein Rentensystem vorliegt. Unterscheiden Sie dafür zwischen einem KDV und einem UV (mit  $r > i$ ).
- c) Wo lassen sich implizite Steuer ( $T = \tau bw$ ) und implizite Ersparnis ( $S = (1 - \tau)bw$ ) ablesen?

### 5 Interne Rendite und implizite Steuer

- a) Was versteht man unter der impliziten Steuer?
- b) Leiten Sie allgemein den impliziten Steuersatz für ein umlagefinanziertes Rentensystem (nach Bismarck) ab und zeigen Sie, wie interne Rendite und impliziter Steuersatz zusammenhängen.
- c) Was lässt sich für die interne Rendite  $i$  und die implizite Steuer  $\tau$  der Einführungsgeneration sagen? Wenn Sie  $i$  und  $\tau$  für Männer und Frauen einer Kohorte vergleichen, was erwarten Sie? Wie könnte der Familienstand (verheiratet oder ledig) eine Rolle spielen?